FYSIKK-OLYMPIADEN 2023 - 2024

Løsningsforslag til Finaleoppgavene

Oppgave 1

Vi bruker bevaring av energi, og at $v = \omega R$ for kula når den ruller.

a) For punkt A:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mR^2\cdot\frac{v^2}{R^2} = \frac{7}{10}mv^2$$

Dermed:

$$v^2 = \frac{10gh}{7} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{10gh}{7}}.$$

b) Energibevaring igjen:

$$mgh = mg(2r - 2R) + \frac{1}{2}mv_B^2$$

For at kula skal holde banen må $a = g$ på toppen:

$$a = \frac{v_B^2}{r - R} = g, \quad \Rightarrow \quad v_B^2 = g(r - R).$$

Dermed:

$$mgh = 2mg(r - R) + \frac{7}{10}mg(r - R) = \frac{27}{10}mg(r - R).$$

Så:

$$r = \frac{10}{27}h + R$$

Oppgave 2

Trinn 1 er å tilføre varme til nitrogengassen. I en isokor prosess vil all varmen gå med til å øke den indre energien. For nitrogengassen blir da $Q = \Delta U = (5/2)Nk_B\Delta T$. Fra $pV = NkT$ vil $V\Delta p = Nk_B\Delta T$ (isokor), dermed:

$$Q = \frac{5}{2}V_1\Delta p = \frac{5}{2}V_1(p_2 - p_1).$$

Deretter ekspanderer gassen adiabatisk, slik at (OBS: på figuren i oppgaveteksten er V_2 her omdøpt til V_3)

$$p_2V_2^\gamma = p_3V_3^\gamma$$

hvor $V_2 = V_1$ og $V_3 = 2V_1$. Da får vi relasjonen $p_2 = p_3 \cdot 2^\gamma$. Fra 1.runde i fysikk-OL: $p_3 = p_1 + \rho g(2h)$ (høydeforskjellen er $2h$) som insatt i uttrykket for Q:

$$Q = \frac{5}{2}V_1 \left[2^\gamma(p_1 + 2\rho gh) - p_1\right] = 2.5V_1(10.31p_1 + 22.62\rho gh).$$

Oppgave 3

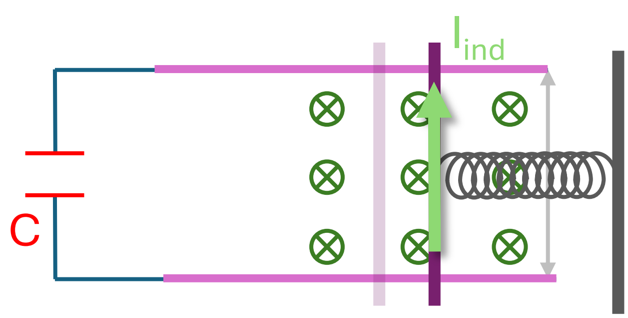
For en observatør i ro er $f = \frac{v}{v-v_S}f_0$ dersom kilden beveger seg rett mot, og $f = \frac{v}{v+v_S}f_0$ dersom den beveger seg rett fra. Nå står Even en viss avstand fra skinnene så Odd beveger seg ikke rett mot/fra ham. Men asymptotisk vil dette gjelde. Vi leser derfor av de asymptotiske verdiene og setter lik:

$$996\text{Hz} = \frac{v}{v - v_S}f_0, \qquad 862\text{Hz} = \frac{v}{v + v_S}f_0,$$

som er et ligningsett som må løses. Dette gir løsningene (med $v = 343$) $v_S = 24.7$ m/s, og $f_0 = 924$ Hz.

Oppgave 4

La oss anta at den ledende staven beveger seg mot høyre med instantan hastighet v.



a) Siden arealet omslutta av lederen forandrer seg, vil den magnetiske fluksen også forandre seg. Dette induserer en ems over staven.

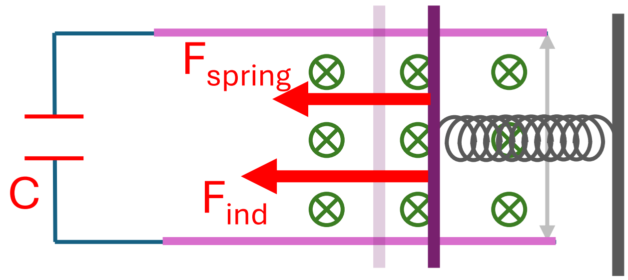
$$\mathcal{E} = \ell vB$$

Ved å bruke høyrehåndsregelen så får man at den induserte strømmen går oppover i lederen. Denne strømmen lader kondensatoren:

$$Q = C\mathcal{E} = C\ell Bv$$

Størrelsen på strømmen følger fra mengden av ladning som blir overført til kondensatoren:

$$I = \frac{dQ}{dt} = C\ell B\frac{dv}{dt} = C\ell Ba$$



Strømmen som går igjennom lederen fører til en magnetisk kraft som i følge høyrehåndsregelen er *mot* bevegelsen av lederen (Lenz regel). Denne kraften er i samme retning som fjærkrafta.

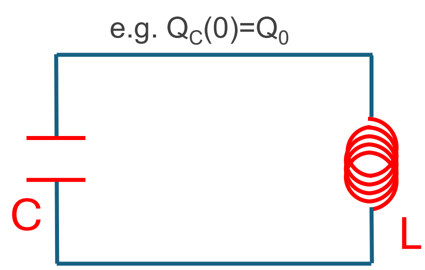
$$F_{\text{net}} = -kx - I\ell B = \underbrace{-kx - C\ell^2 B^2 a}_{\text{årsak}} = \underbrace{ma}_{\text{virkning}}$$

Vi kan nå finne bevegelsesligningene ved å uttrykke alle bidragene ved hjelp av posisjonen $x(t)$:

$$-kx = (m + C\ell^2 B^2)a \qquad \frac{d^2x}{dx^2} = -\frac{k}{m + C\ell^2 B^2}x = -\omega^2 x$$

b) Akselerasjonen er proposjonal med utslag er karakteristisk for en harmonisk oscillator med vinkelfrekvens

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m + C\ell^2 B^2}}$$



I løpet av treningsuka så ble det diskutert analogien mellom en friksjonsfri kloss i ei fjær, og en LC-krets. For en LC-krets har vi at strømmen vil oscillere med $\omega = 1/\sqrt{LC}$ og vi kan derfor kombinere en kondensator og en induktans, L, slik at

$$LC = \frac{m + C\ell^2 B^2}{k}.$$

En kan starte oscillasjonen til en slik krets med enten å gi kondensatoren en ladning ved $\mathcal{E}(0) \neq 0$, eller å føre en magnet igjennom induktansen/spolen $I(0) \neq 0$.

Oppgave 5

La posisjonen til loddet være xL, for $0 \leq x \leq 1$. Vi velger akse om festepunktet på veggen. Da får vi ligningene fra Newtons lover og likevektsligningene:

$$\begin{aligned} N_x - S_x &= 0 \\ N_y + S_y - (M+m)g &= 0 \\ \tfrac{3}{4}LS_y - \tfrac{1}{2}Lmg - LxMg &= 0. \end{aligned}$$

I tillegg er $S_x = S_y$ siden vinkelen er $45°$.

Hvis $\vec{N}$ skal være horisontal må $N_y = 0$. Finner først et uttrykk for N_y.

$$N_y = (M+m)g - S_y = (M+m)g - \tfrac{2}{3}mg - \tfrac{4}{3}xMg = \frac{g}{3}(m + 3M - 4Mx)]$$

Hvis $N_y = 0$ så er $x = (m+3M)/(4M) = 17/20$, og posisjonen blir $(17/20) \cdot 80$ cm= 68 cm fra veggen. Alternativt her er å velge festepunktet til snora som akse, da vil $N_y = 0$ gi en litt mer direkte betingelse på x.

Så til $|\vec{N}|$. Vi regner ut $|\vec{N}|^2$ da den har et minimum når $|\vec{N}|$ har det (bruker $S_y = S_x$):

$$|\vec{N}|^2 = N_x^2 + N_y^2 = S_x^2 + ((M+m)g - S_y)^2 = 2S_x^2 - 2S_x(M+m)g + (M+m)^2g^2.$$

Her er det bare S_x som kan variere når x varierer, og fra likevektsbetingelsen ser vi at S_x øker når x øker. Vi finner et potensielt minimum ved å derivere uttrykket ovenfor m.h.p. S_x og sette lik null:

$$4S_x - 2g(M+m) = 0$$

Som gir $S_x = (g/2)(M+m)$. Setter inn i likevektsbetingelsen:

$$\tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{1}{2}g(M+m) - \tfrac{1}{2}mg - xMg = 0.$$

Løser og får $x = (3M-m)/(8M) = 13/40$. Dermed $(13/40) \cdot 80$ cm $= 26$ cm fra veggen. Dette er et minimum da $|\vec{N}|^2$ er et smilende 2-gradspolynom i S_x (og i x).

Oppgave 6

Vi velger å skifte referansesystem til massesentersystemet. Hastigheten er ikke-relativistisk så da har elektronene hastigheten $v = 1,3 \cdot 10^5$ m/s mot hverandre. Minste avstanden blir da dersom de begge har hastighet=0 og har en avstand r. Fra bevaring av energi får vi:

$$\frac{1}{2}m_e v^2 + \frac{1}{2}m_e(-v)^2 = \frac{k_e e^2}{r}$$

Denne løses m.h.p. r:

$$r = \frac{k_e e^2}{m_e v^2} = 1,5 \cdot 10^{-8}\mathrm{m}$$